

理学部数学科紹介



駒場キャンパス
数理科学研究科棟



東京大学大学院数理科学研究科
Graduate School of Mathematical Sciences, THE UNIVERSITY OF TOKYO

理学部数学科ガイダンス

未来を拓く数学～その普遍性と汎用性

2025年5月16日金曜日 18:45-
大学院数理科学研究科大講義室

学科長	河澄響矢
代数	阿部紀行
幾何	本多正平
解析	佐々田槇子
応用数理	齊藤宣一

数学科と数理科学研究科

- 1877年: 東京大学創設

数学物理学及び星学科 設置

- 1881年: 理学部 数学科 発足
- 1992年: 大学院数理科学研究科 発足

(本郷の理学部数学科と駒場の教養学部の数学教室＋教養学部基礎科学学科数理コースが統合してできた。)

駒場キャンパスを本拠地とし、東京大学の数学部門が統合し、前期課程の数学、理学部数学科、大学院まで一貫して数学教育を担当している。

数理科学: 数学それ自体(代数・幾何・解析)と
さまざまな科学との連携・諸現象の数理解析(応用数理)

東京大学理学部数学科の特徴 (東京大学大学院数理科学研究科)

駒場キャンパスで

世界的数学者が多数教育に携わっている

選択できる専門分野が多種多様である

(代数・幾何・解析・応用数理の数学者・数理科学者が約60名)

数学は時間と空間を容易に超える国際的な学問であり

国際研究集会などの学問的刺激が多い

(外国人ビジタ一年間150名以上)

(他の知的生命体とも「数学」ならば話が通じるかもしれない)

優秀な同級生/先輩後輩との切磋琢磨

社会数理実践研究(数理科学研究科)

(産業界から提案された実際の問題に対して提案検討する教育プログラム)

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/lmsr/>

東京大学理学部数学科出身の数学者



高木貞治(1875-1960)

第一回フィールズ賞授
賞委員
類体論とヒルベルトの
問題(第9、第12問題)
の解決



小平邦彦(1915-1997)

複素多様体の研究、国
内初のフィールズ賞



伊藤清(1915-2008)

確率解析の創始
第一回ガウス賞受賞

柏原正樹氏(京都大学特定教授) のアーベル賞受賞(授賞式2025年5月20日)



ICM 2018の記者会見での柏原正樹氏(Wikipedia より)

D加群の理論の建設と結晶基底理論の創始を含む、代数解析、表現論、組合せ論、シンプレクティック幾何、可積分系など**多岐に渉る業績**。

「アーベル賞」はノルウェー政府によって創設され、若手の数学者に贈られる「フィールズ賞」と並び“数学のノーベル賞”とも呼ばれる。

1969年**東京大学数学科**卒業、1971年**東京大学大学院理学系研究科修士課程**修了ののち、長年、京都大学数理解析研究所を中心に現在も非常に活発な研究活動をされている。

現代数学の分野を大別すると

- **代数分野** 代数的な構造に問題を帰着して、問題をとらえる。整数論、代数幾何、表現論など。
- **幾何分野** 問題を図形的に扱う。微分幾何、トポロジー、対称性の数学、リー群論・表現論など。
- **解析分野** 関数の性質を問う。微分方程式論、関数解析など
- **応用数理分野** 確率統計、数値解析、数理物理、数学基礎論、計算機科学、データサイエンス、数理モデリングなど。計算機の発展により大きな変化を遂げており、数学科卒業生の需要は拡大している。

独創的な研究はこれらの分野にまたがることも多く、これらの分野の境目がはっきりしているわけではない。

➡ 分野の違いは数学・数理科学への入り口の違い。

➡ 東大数学科でのしっかりした基礎固めが将来の役にたつ。

数学とは何か？

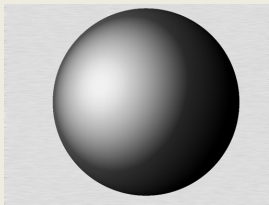
- 抽象化によって得られた概念と公理系の論理的帰結を探求する。抽象化は対象の普遍的構造を抽出するから、結論はきわめて汎用的である。
- 数学とは異なったものを同じとみなす技術である。(H. ポアンカレ)
- 数理モデルを通じて現象の定量的・定性的理解をもたらすという意味で、数学は科学の共通言語である。

数学の研究はタイムスパンが長い！

- フェルマ予想 (1637)
谷山-志村(1950年代)
A. Wiles(1995)
- ポアンカレ予想(1904)
G. Perelman (2003)
単連結な閉じた3次元の図形は3次元球面

$$x^n + y^n = z^n$$

nが3以上のとき自然数解をもたない



$$\frac{\partial}{\partial t} g_{ij} = -2R_{ij}$$

空間形予想

定曲率の閉じた高次元空間の存在問題（未解決！）
Clifford, Klein (1891), Wolf, 小林 (20世紀後半)

何が応用されるか予想つかない

- 線形代数・代数幾何・整数論
 - 符号・暗号理論
- 積分幾何学(1920年代)
 - ノーベル医学賞(1979)や地質探査
- 確率微分方程式 (1940年代)
 - 数理ファイナンス(1980年代)
- 非ユークリッド幾何 (1820頃)・リーマン幾何 (1854-)・擬リーマン幾何学
 - 相対性理論 (1905, 1915)
- Gauss-Bonnet の公式 (P.O.Bonnet, 1819-1892)
 - トポロジカル絶縁体(2000年代)

数学から数理科学へ

- 数学・数理科学の訓練を受けた学生の需要が社会において増大している.
- 伝統的な物理学, 工学, 情報科学分野における数学の役割を超えて, 数学とさまざまな科学の融合研究分野が急速に拡大している. **計算能力, データ獲得力(big data)の飛躍的増大**によって数理モデルの定量化が進展したことが背景にある.
- 数理統計学, 数理・計量ファイナンス, 数理モデリング, データサイエンス etc.

理学部数学科の必修科目

- 2年生Aセメスターの必修科目（代数と幾何，集合と位相，複素解析学I）（講義＋演習）
- 3年生の必修科目（講義＋演習）
代数学I（群論と環論），
幾何学I（多様体論），
解析学IV（ルベーク測度と積分）．
- 4年生の必修科目
教員の個別指導による本格的なセミナー
現代数学を概観するオムニバス講義

数学科卒業後の進路

年度	大学院進学	企業	学校等	官公庁	研究生	その他	合計
2018	25 (数理19)	5(金融保険2, メーカー他3)	4	1	0	5	40
2019	29 (数理22)	4(金融保険3, メーカー他1)	0	0	1	11	45
2020	29 (数理19)	4(金融保険3, 他1)	1	0	0	14	48
2021	30 (数理19)	2(金融保険1, 他1)	1	1	0	9	43
2022	40 (数理25)	5(金融保険3, 他2)	0	0	0	3	48
2023	31 (数理23)	4(金融保険2, 他2)	0	0	0	5	40

- 大学院進学が多数をしめる(だいたい2/3強)
- 企業では金融・保険, IT系など専門職,
- 公務員では, 官僚・教員への就職が多い

修士修了後の進路

年度	博士課程進学	企業	学校等	官公庁	その他	合計
2018	21(数理21)	21(金融保険7, 他6)	0	0	7	49
2019	18(数理17)	12(金融保険4, 他8)	0	0	2	32
2020	19(数理18)	6(金融保険4, 他2)	1	1	8	35
2021	19(数理18)	11(金融保険5, 他6)	0	1	4	35
2022	28(数理27)	13(金融保険6, 他7)	0	1	5	47
2023	19(数理18)	10(金融保険7, 他3)	1	0	5	35

- 博士課程で研究者/専門職をめざす者と就職する者が約半数ずつ
- アカデミア以外での博士への需要も高まっている。
- 数学科パンフレット : <https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/summary/pamphlet.html>

博士修了後の進路

年度	ポスドク	企業	助教	教員	その他	合計
2018	21	4	3	0	0	28
2019	19	2	2	0	0	23
2020	8	1	1	0	7	17
2021	8	5	1	0	6	20
2022	8	5	0	0	2	15
2023	12	4	3	0	1	20

代数学：もともとは数の代わりに文字を用いて方程式の解法などを研究する学問

近年では四則演算に代表される演算の入った体系を研究する

- ▶ 整数全体 $\mathbb{Z}$, 複素数全体 $\mathbb{C}$, n 次正方行列 (加法, 減法, 乗法)
- ▶ n 次ベクトルからなる空間 (加法, 減法, スカラー倍)

これらの体系を抽象化したもの：ベクトル空間, 群, 環, 体など.

Fermat の小定理： p が素数ならば、 p で割り切れない整数 a に対して $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

$G = \{1, 2, \dots, p-1\}$ に p を法とした積を入れる ($p = 5$ の時 $2 \times 3 = 1$.)

- ▶ 結合法則を満たす
- ▶ 除法が可能 ($a \in G$ に対して $ab = 1$ となる $b \in G$ が存在)

$\Rightarrow G$ は群.

Fermat の小定理は次のように抽象化・一般化される：

Lagrange の定理： G が元の数 n 個の群、 $g \in G$ ならば $g^n = 1$.

カリキュラム

- ▶ 二年後期
 - ▶ 代数と幾何：線型代数学をより抽象的な立場から学ぶ
- ▶ 三年前期
 - ▶ 代数学 I：群（乗法，除法のできる体系）と環（加法，減法，乗法のできる体系）の理論.
- ▶ 三年後期：
 - ▶ 代数学 II：環の上の加群（線型代数の一般化）の理論.
 - ▶ 代数学 III：体の理論，Galois 理論.
 - ▶ 輪講：何人かの学生とともに指定された教科書を読む
- ▶ 四年以降：
 - ▶ 可換環論，代数的整数論，リーマン面・代数曲線論，ホモロジー代数学
 - ▶ 数学講究 XA，数学特別講究：各々の教員の指導のもとより専門的な本を読む

関連する分野

多項式で定義される図形を調べる代数幾何，整数に関連した研究を行う整数論，対称性を線型代数により調べる表現論，環論，組み合わせ論などなど．

幾何や解析とも結びつき発展している．

幾何

(本44によるスライド)

キ-ワ-ド

- ★ 低次元 トポロジー ★ 幾何解析
- ★ リー群 & リー環 & 表現論
- ★ 量子・代数トポロジー ★ 力学系
- ★ 微分・位相幾何 ★ ゲージ理論
- ★ 代数・シンプレクティック幾何 ★ 可積分系
- ★ 理論物理 ★ 4次元

人々

河澄

北山

小林

逆井

本多

高津

林

牛腸

今野

松尾

植田

吉野

葉廣

足助

清野

大島

Milanov

片田 中島

参考文献

「数学の現在

$(i, e)\pi, e+\pi, \pi \times i$ 」

東京大学出版会

解析班の紹介

佐々田槇子

解析班の教員の 研究分野一覧

- 常微分方程式
 - 偏微分方程式（論）
 - 非線形偏微分方程式
 - 作用素環論
 - 数理物理（学）
 - 非線形解析学
 - エルゴード理論
 - 確率論
 - 複素幾何
 - 解析学
 - 多変数関数論
 - 非可換調和解析
 - 可積分系
 - 放物型方程式における漸近解析及び形状解析
 - 完全WKB解析
 - 位相的漸化式
 - 離散群
 - 特殊関数
 - 放物型幾何学
- （順不同）

解析学関連のカリキュラム

2年生Aセメスター

- ・ 複素解析学I & 同演習

一変数複素関数論

3年生Sセメスター

- ・ 解析学 IV & 解析学特別演習 I
- ・ 複素解析学 II & 複素解析学特別演習

ルベーグ測度と積分

3年生Aセメスター

フーリエ変換
超関数

- ・ 解析学 V
- ・ 解析学 VI
- ・ 解析学特別演習 II
- ・ 確率統計学 I

微分方程式論

一変数複素関数論の続編

確率論

私の解析学のイメージ

- ❁ 無限（小）を扱うことにより、さまざまな対象を調べる
- ❁ Keyは微分方程式&確率微分方程式

研究対象の例：解の一意存在性や具体的な性質、微分方程式を不変にする変換群、特殊関数が満たす微分方程式、微分作用素のなす空間、確率過程を特徴付ける微分作用素...

- ❁ 「量」を用いて「質」を調べる

Ex. 微分によって極値を見つける、確率0でないことを用いて存在定理を示す、ランダムウォークの再帰性から空間の次元を知る

数理物理の魅力：普遍性

- ❁ サイコロを n 回投げて出た目の平均の3.5からのずれに $\sqrt{n}$ をかけた値の分布は正規分布に近づく
- ❁ 表が出る確率 p のコインを n 回投げて表が出た割合と p とのずれに $\sqrt{n}$ をかけた値の分布は正規分布に近づく
- ❁ 各回で出る値の分布が同じで、各回が独立なら、同じ方法でいつでも正規分布が現れる=普遍性
- ❁ 正規分布は熱方程式の基本解、Maxwell分布、平衡状態での様々な物理量の揺らぎの分布...

正規分布の特徴付け

- ◆ 定理 (Kac (1939), Bernstein(1941)) : X, Y を実数値の独立な (定数でない) 確率変数とする。もし $X+Y$ と $X-Y$ も独立な (定数でない) 確率変数となるならば、 X と Y は同じ分散を持つ正規分布となる。

密度関数のみならず 微分方程式 を用いた証明ができる。

数理物理学、確率論、統計学などさまざまな分野への応用がある。

数理物理の魅力：普遍性

- ❁ 近年、Tracy-Widom分布と呼ばれる新しい (1990年代に導入された) 普遍性をもった分布が注目されている
- ❁ ランダム行列の固有値分布、KPZ方程式、1次元界面成長の揺らぎの分布、1次元熱拡散現象の揺らぎの分布...
- ❁ 普遍的なものには数学的な美しさと自然界への応用の両方がある！

数学科のおすすめポイント

- ❁ 研究室や大学の枠をこえた交流が多い
- ❁ 自分のペースでじっくり勉強ができる
- ❁ ゼロからきちんと考える力や、柔軟で多様な視点の持ち方は、将来どんな道に進んでも役にたつ

一緒に新しい普遍性を
見つけましょう！

理学部数学科における

応用数理の紹介

齊藤 宣一 (さいとう のりかず)

数理科学研究科

理学部数学科ガイダンス 2025年5月16日

- 代数、幾何、解析とは異なり「**応用数理**」は分野名ではありません
- 様々な分野をまとめて表す便宜的な名称です
- 応用数学といっても同じです

共形場理論入門

Quiver Representation and Quiver Varieties

Categories for the Working Mathematician

Mathematical Foundations of

Quantum Mechanics

Sheaves on Manifolds

Persistence Theory: From Quiver

Representations to Data Analysis

講義 3年

確率統計学基礎	← 確率・統計の基礎
計算数理I	← 数値計算法の数理
計算数理演習	← 数値計算実習
計算数学I	← 計算理論の基礎
現象数理	← 数理モデル、離散数理
確率統計学I	← 確率論の基礎
計算数学II	← プログラミング言語の構造

講義 4年

現象数理II	現象数理III
確率統計学II, III	確率統計学XA
計算数理II	応用数学XA
応用数学XB	数理工学 など

4年セミナー (講究XA)

Discrete Systems and Integrability
Combinatorics and Random Matrix Theory
Computational Optimal Transport
Set Theory
Model Theory: An Introduction
A Course in Large Sample Theory
Stochastic Differential Equations:
An Introduction with Applications
Deep Learning Architectures
偏微分方程式の計算数理

研究分野キーワード

数学基礎論 公理的集合論 確率統計学 数値解析 超局所層理論 可積分系 数理物理学
位相的データ解析 理論計算機科学 非線形力学系 離散力学系 セルオートマトン など

研究テーマキーワード

マリアバン解析と漸近展開の理論 同期共分散推定 リードラグ解析 数理ファイナンス
スパース推定・統計的学習理論 有限要素法の数学的基盤 近似解法の数学的正当性の保証
計量ファイナンス バイオスタティスティックス 非正規確率過程に基づく統計モデリングとその実装
超局所層理論の幾何学への応用 場の量子論・弦理論の数学的構造の研究 量子可解模型 可解確率過程
パーシステントホモロジー 確率過程・高次元データに対する統計学
金融高頻度データ解析への応用 型理論 プログラミング言語論 など

(数学科における) 応用数理とは？

- 自然科学・科学技術・社会科学などへの応用が具体的に意識されている
- 数学に軸をおいた応用
- 既存の数学の単なる適用ではなく、応用を通じて新しい数学を創造し、ブレイクスルーへ

そして

数学的な真理の探求と社会貢献を両立

本格的な応用数理で重要なものは

- ✓ 数学への興味と応用対象への興味
- ✓ 体系的な数学の知識

どうやって修得するか？

数学科の2、3、4年の講義

応用数理を志す皆さんを
数学科でお待ちしています
(数学を志す皆さんもお待ちしています)

応用数理は様々な分野の集まりなので、
まとめて紹介することはできません

以下、具体的なイメージを持ってもらうため

数値解析(Numerical Analysis)

について簡単に紹介します

何をしている？

数理モデルをコンピュータで解いている

方程式など

例えば、

Navier-Stokes方程式 (粘性非圧縮性流体)

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = \nu \Delta v_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$$

ミレニアム懸賞問題は未解決

<https://www.claymath.org/>

この動画を見たことはありますか？

<https://youtu.be/267HdDdlywl>

画像

Rikenchannel

スーパーコンピュータ「富岳」記者
勉強会 室内環境におけるウイルス飛
沫感染の予測とその対策 (4)

画像

Clay Mathematics Institute
The Millennium Prize Problems
Navier-Stokes Equation

重調和問題 (薄い平板の単純支持)

$$\Delta\Delta u = f \quad (\Omega \text{ 内}),$$

$$u = \Delta u = 0 \quad (\Omega \text{ の境界上})$$

内部処罰型C⁰有限要素法で解く

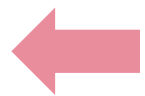
(4階の微分方程式を解くことは今日的にも簡単ではない)

次のように分解すれば簡単ではないか？

$$\Delta v = f, \quad \Delta u = v \quad (\Omega \text{ 内}),$$

$$u = v = 0 \quad (\Omega \text{ の境界上})$$

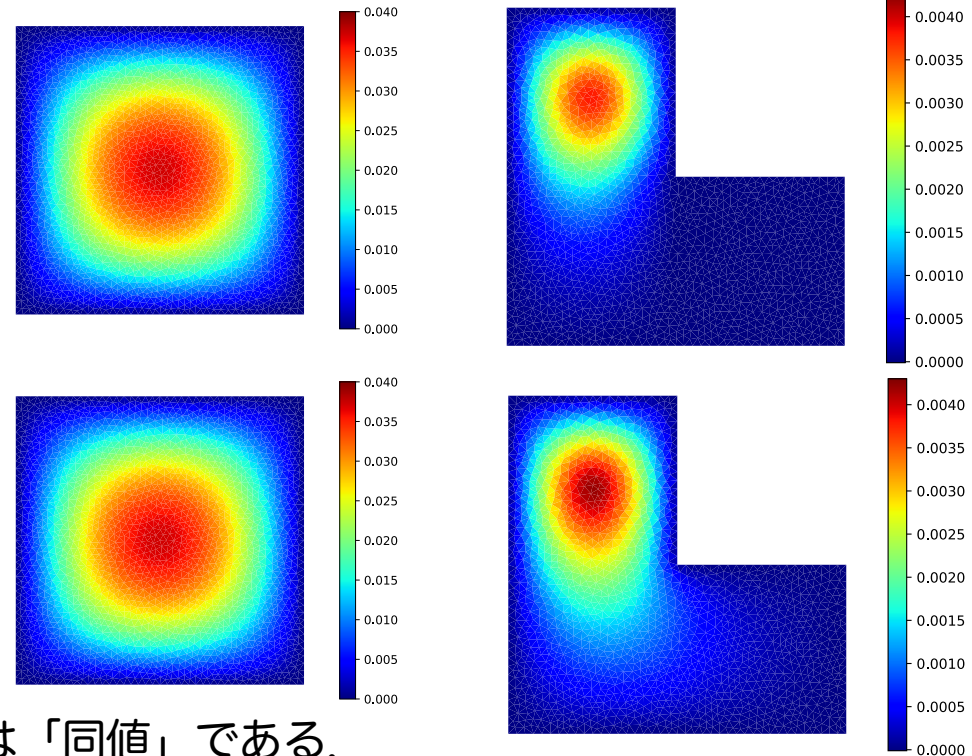
実は、領域が凸であれば、この2つ問題は「同値」である。
非凸の角がある場合には「同値」ではない



数学的な説明には、関数空間論、超関数論など
進んだ知識が必要 (しかし「計算数理II」の知識で説明できる)

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{ラプラシアン}$$

Ω 平面内の領域



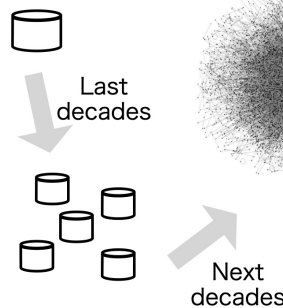
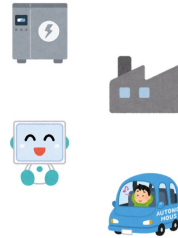
齊藤宣一「数値解析における反例」
[10.11540/bjsiam.31.3_15](https://doi.org/10.11540/bjsiam.31.3_15)

- ✓ 偏微分方程式の数値計算は、CAE (Computer Aided Engineering) として様々な分野 (特に製造業) で応用されている
- ✓ しかし、現在ではほとんどソフトウェアとしてブラックボックス化されている
- ✓ 計算の正当性を保証する理論は、これらの技術の屋台骨である (AI研究と比べると地味?)

マルチエージェントシステム(MAS)制御と平均場ゲーム (mean field games, MFG)

Examples of large-scale control systems

- electric power system
- production control system
- robot system
- autonomous vehicle
- etc



広範囲な応用対象: 経済学 (ファイナンス)、社会科学、
群衆の行動モデル

画像

Bonnemain et al
10.1103/PhysRevE.107.024612
Fig. 1

Bonnemain et al., Pedestrians in static crowds are not grains, but game players,
Phys. Rev. Vol. E107, 024612 (2023) 10.1103/PhysRevE.107.024612

最近は、生成的モデル(generative model)の連続モデル化
としてのMFGが注目されている

様々な世界の様々な問題が、数学の問題としては同じ

Lasry & Lions (2006), Huang et al. (2006)

平均場ゲーム

MAS制御問題に平均場近似を用いて得られるPDEのペア

- **Fokker-Planck (FP) 方程式:**

密度分布の時間発展を表すPDE

- **Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式:**

最適制御問題のコスト関数の時間発展を表すPDE

MFGの解はMAS制御問題の解を適切に近似する

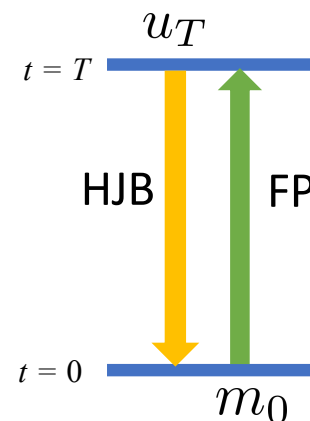
時空間領域上で

$$(HJB) \quad -\partial_t u - \nu \Delta u + H(x, m, \nabla u) = 0$$

$$(FP) \quad \partial_t m - \nu \Delta m - \nabla \cdot (m \nabla_p H(x, m, \nabla u)) = 0$$

$$\text{終端条件} \cdot \text{初期条件} \quad u(T, \cdot) = u_T, \quad m(0, T) = m_0$$

終端値初期値問題



(MFG)は、(d+1)時空間の境界値問題の形をしているため、近似によりより有限次元の方程式系に帰着したとしても、実際に解く際には非自明な問題がたくさんある

実用的な数値解法とその正当化 (離散と連続の関係) については、研究の余地がある

そのためには、広範囲の数学を縦横無尽に応用することが必要